Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

Л.М.Андрощук

ДОСЛІДЖЕННЯ
точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних випробувань Монте Карло Апроксимація поліномом третього степеня

Модель ППС 051- 1

Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарович

Рівне, 2006

УДК 303.7.032.2

Андрощук Л.М. Дослідження точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних випробувань МонтеКарло. Апроксимація поліномом третього степеня.Модель ППС О51 – 1. Науковий керівник Р.М.Літнарович. МЕГУ, Рівне, 2006, -28с.

Рецензент: С.В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор. Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

На основі результатів психологічного експерименту побудована математична модель залежності ситуативної тривожності на характеристики пам'яті у вигляді кубічного поліному по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів а, в, с, d кубічного поліному апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Примінений метод статистичних випробовувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів

Передмова

За результатами психолого-педагогічного експерименту при дослідженні впливу ситуативної тривожності на характеристики пам’яті, будується математична модель у вигляді поліному третього порядку.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати психолого-педагогічного експерименту – бали тесту самооцінки тривожності по шкалі Спірбергера (X_i) і характеристики пам’яті – кількість правильних відповідей на запитання вікторини ($У_i$).

За цими даними була побудована математична модель у вигляді поліному третього порядку способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності К і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,1 і 0,05, що відповідає ціні найменшої поділки шкали Спірбергера і половині поділки даної шкали.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

1. Представлення істинної моделі

За результатами строгого зрівноваження [6,с.33] отримана емпірична формула залежності характеристик пам’яті Х від ситуативної тривожності У9(істинна модель)

$y = -4{,}717425\ X^3 + 33{,}731505\ X^2 – 85{,}78331\ X + 88{,}244437.$ (1.1)

Таблиця 1. Вихідні дані істинної моделі у табличному вигляді [6,с.28]

X	1,6	2	2,1	2,3	2,5	2,8	2,9	3	3,1	3,3
y	18,021	13,864	13,167	11,986	10,898	8,949	8,101	7,108	5,939	2,965

За даними табл.. 1 побудуємо точкову діаграму і графік

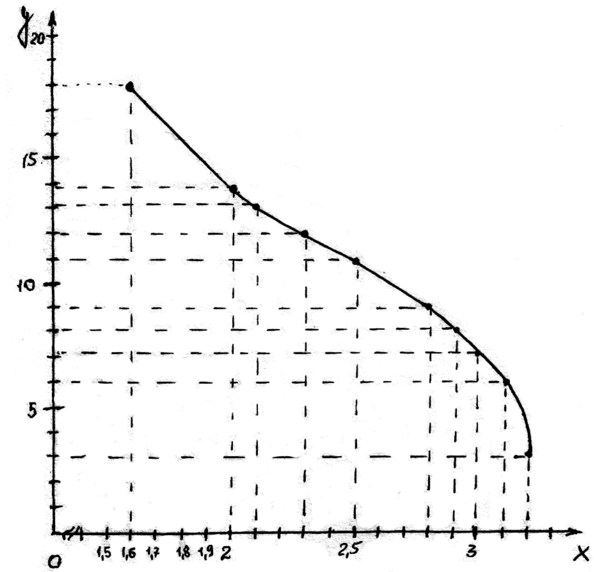

Рис.1. Точкова діаграма і графік

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно провести дослідження точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам’яті методом статистичних випробувань Монте Карло. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

2. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

По шкалі Спірбергера [1] незалежні змінні представляються з точністю 0,1. прийнято, що точність спостережень дорівнює половині шкали.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,05, тобто половині шкали з якою ми працюємо. Але поставимо перед собою задачу ще дослідити математичні моделі з граничною точністю, яку приймемо вдвічі більшу за 0,05, тобто рівну 0,1. При цьому непарні моделі генерують середню квадратичну похибку 0,1, а парні – 0,05.

Сучасні калькулятори мають "вшиті" генератори для генерування випадкових чисел від 0 до 1. але вони генерують числа тільки зі знаком "плюс".

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , натиском клавіш К, Сч, розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{ip} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \xi_i}{n}, \qquad (2.1)$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \qquad (2.2)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta'^2 i}{n}}\ , \qquad (2.3)$$

4. Вичисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m'_\Delta}\ , \qquad (2.4)$$

де С – необхідна нормована константа.

Так, наприклад, при $m_{\Delta'}$ = 0,28 і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357,$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05}$= 0,05/0,28 =0,178

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K\ , \qquad (2.5)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_Δ генерованих істинних похибок Δ

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta^2}{n}}\ , \qquad (2.6)$$

і порівняння

$$m_\Delta = C \qquad (2.7)$$

Таблиця 2. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№ п/п	ξ_i	$-\xi_{cp}$	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$	Δ'^2_i	$\Delta_i = K \cdot \Delta'_i$	Δ_i^2
1	0,18	0,474	-0,294	0,086436	-0,158781	0,025211
2	0,39	0,474	-0,084	0,007056	-0,045366	0,002058
3	0,37	0,474	-0,104	0,010816	-0,056168	0,003155
4	0,78	0,474	0,306	0,093636	0,165262	0,027312
5	0,47	0.474	-0,004	0,000016	-0,00216	0,000005
6	0,24	0,474	-0,234	0,054756	-0,126377	0,015971
7	0,46	0,474	-0,014	0,000196	-0,007561	0,000057
8	0,61	0,474	0,136	0,018496	0,07345	0,005395
9	0,50	0,474	0,026	0,000676	0,014042	0,000197
10	0,74	0,474	0,266	0,070756	0,143659	0,020638
***П* = 10**	**Σ 4,74**	**Σ 4,74**	**Σ 0**	**Σ 0,34284**	**0**	**0,099999**

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m_{\Delta'} = (0.34284/10)^{0.5} = 0.18516.$$

Коефіцієнт пропорційності

$$K = \frac{0,1}{0,18516} = 0,540073$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю *с=0,1*

$$m_{\Delta'} = (0.099999/10)^{0.5} = 0.099999.$$

Таблиця 3. Побудова спотвореної моделі

№ п/п	**Істинна $X_{іст.}$**	**Модель $У_{іст.}$**	**$\Delta_{іст.}$**	**$X_{спотв.}$**
1	1,6	18,021	-0,158	1,441
2	2	13,864	-0,045	1,955
3	2,1	13,167	-0,056	2,044
4	2,3	11,986	0,165	2,465
5	2,5	10,898	-0,00ї2	2,498
6	2,7	8,949	-0,126	2,674
7	2,9	8,107	-0,007	2,893
8	3	7,108	0,073	3,073
9	3,1	5,939	0,014	3,114
10	3,3	2,965	0,143	3,443
***n* = 10**	**Σ25,6**	**Σ100,998**	**0**	**25,6**

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення проблеми в цілому.

3. Представлення системи нормальних рівнянь

В результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів X_i , $У_i$, функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному степені К, де коефіцієнти a_i являються невідомими.

Тоді, система нормальних рівнянь буде

$$na_0 + a_1[x] + a_2[x^2] + \ldots + a_m[x^m] - [y] = 0,$$
$$a_0\,[x] + a_1[x^2] + a_2[x^3] + \ldots + a_m[x^{m+1}] - [xy] = 0,$$
$$a_0\,[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \ldots + a_m[x^{m+1}] - [x^{2y}] = 0, \qquad (3.1)$$

. . . .

$$a_0\,[x^m]+a_1[x^{m+1}]+a_2[x^{m+2}]+...+a_m[x^{2m}]-[x^m y]=0,$$

де знаком [ ] позначена сума відповідного елемента.

Для поліному третього порядку виду

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \qquad (3.2)$$

система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned} &dn + c[x] + b[x^2] + a[x^3] - [y] = 0,\\ &d[x] + c[x^2] + b[x^3] + a[x^4] - [xy] = 0, \qquad (3.3)\\ &d[x^2] + c[x^3] + b[x^4] + a[x^5] - [x^2y] = 0,\\ &d[x^3] + c[x^4] + b[x^5] + a[x^6] - [x^3y] = 0, \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} &a[x^6] + b[x^5] + c[x^4] + d[x^3] - [x^3y]= 0,\\ &a[x^5] + b[x^4] + c[x^3] + d[x^2] - [x^2y]= 0, \qquad (3.4)\\ &a[x^4] + b[x^3] + c[x^2] + d[x] - [xy] = 0,\\ &a[x^3] + b[x^2] + c[x] + dn - [y]= 0, \end{aligned}$$

В подальшому будемо рішати систему лінійних нормальних рівнянь (3.3) або (3.4) одним із відомих в математиці способів.

4. Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь

Приведемо розрахункову таблицю, на основі якої отримують коефіцієнти нормальних рівнянь.

Таблиця 4. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

№ п/п	x_{on}	y_{icm}	x°	x^2	x^3	$S=x+x^{\circ}+$ $+x^2+x^3-y$	x^6	x^5	x^4
1	1,441	18,021	1	2,07	2,992	-10,51131	8,95331	6,21326	4,3117
2	1,955	13,864	1	3,82	7,472	0,385083	55,83165	28,55839	14,6087
3	2,044	13,167	1	4,17	8,539	2,594637	72,92649	35,67892	17,4551
4	2,465	11,986	1	6,07	14,977	12,533119	224,33731	91,00905	36,9205
5	2,498	10,898	1	6,24	15,587	14,427533	242,97107	97,26624	38,9376
6	2,674	8,949	1	7,15	19,119	20,995114	365,56818	136,81211	51,1264
7	2,893	8,101	1	8,36	24,212	28,374264	586,2604	202,64791	70,0476
8	3,073	7,108	1	9.44	29,019	35,427679	842,12264	274,03926	89,1764
9	3,114	5,939	1	9,69	30,196	38,068441	911,82528	292,8148	94,0317
10	3,443	2,965	1	11,85	40,814	54,146628	1665,7971	483,82141	140,5232
n=10	25,6	101	10	68,91	192,932	196,44115	4976,593788	1648,760866	557,1384947

Продовження таблиці 4.

№ п/п	x^3y	x^3S	x^2y	x^2S	xy	xS
1	53,922	-31,452037	37,420264	-21,826535	25,968261	-15,146797
2	103,592	2,8773628	52,988555	1,4717968	27,10412	0,7528372
3	112,442	22,157424	55,010883	10,840227	26,913348	5,303438
4	179,525	187,71972	78,829633	76,15405	29,54549	30,894138
5	169,872	224,88958	68,003564	90,027863	27,223204	36,039977
6	171,103	401,42317	63,98782	150,12085	23,929626	56,140934
7	196,148	687,0208	67,80 0906	237,47695	23,436193	82,086745
8	206,296	1028,0882	67,123183	334,55522	21,842884	108,86925
9	179,336	1149,5315	57,590459	369,14952	18,494046	118,54512
10	121,014	2209,9501	35,147848	641,87844	10,208495	186,42684
n=10	1493,227141	5882,2056	577,9031148	1889,848	234,665667	609,91245

Параметр S розраховується за формулою

$$S= x+x^2+x^3+x^0-y \qquad (4.1)$$

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана слідуюча система нормальних рівнянь

$$\begin{aligned} &10\,d+25{,}6\,c+68{,}90\,b+192{,}932\,a-101=0,\\ &25d+68{,}90c+192{,}932b+557{,}1384a-234{,}6=0,\\ &68{,}90d+192{,}932c+557{,}1384b+1648{,}760a-577{,}90=0, \qquad (4.2)\\ &192{,}932d+557{,}1384c+1648{,}760b+4543{,}496{,}5937a-1493{,}227=0, \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} &4976{,}5937a+1648{,}760b+557{,}1384c+192{,}932d-1493{,}227=0,\\ &1648a+557{,}1384b+192{,}932c+68{,}90d-577{,}90=0,\\ &577{,}1384a+1192{,}932b+68{,}290c+25{,}6d-234{,}6=0, \qquad (4.3)\\ &192{,}932a+68{,}90b+25{,}6c+10d-101=0 \end{aligned}$$

5. Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера

Нехай, маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_m x_n=b_1,\\ &a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2n}x_n=b_2, \qquad (5.1)\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. \\ &a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\ldots+a_{nn}x_n=b_n. \end{aligned}$$

Для того, щоб із цієї системи визначити невідомі x_i , складемо із коефіцієнтів при невідомих визначних Δ, який називається визначником системи рівнянь (5.1)

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots\dots\dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots\dots\dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots\dots\dots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.2)$$

Помножимо ліву і праву частини рівності (5.2) на x_i . В лівій частині будемо мати Δ x_i , в правій же частині введемо у всі члени i –го стовпчика визначника $a_{кi}$ множник x_i

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1i}x_i \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots & a_{2i}x_i \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots & a_{ni}x_i \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.3)$$

Після до i – го стовпчика визначника (5.3) додамо всі остальні стовпчики, помножені відповідно на $x_1, x_2, \dots , x_n$. Величина визначника від цього не зміниться. Тоді i-й стовпчик представить собою ліву частину системи рівнянь (5.1).

Замінимо його вільними членами цієї системи і позначимо через Δ_i

$$\Delta \cdot x_i = \Delta_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & b_1 \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots & b_2 \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots & b_n \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.4)$$

Звідки:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 \dots & a_{2n} \\ \dots & & \dots & & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & \dots & & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}} \qquad (5.5)$$

Формула (5.5) дає можливість визначити кожне невідоме системи лінійних рівнянь (5.1).

Якщо вільні члени системи лінійних рівнянь рівні нулю, то вона буде системою лінійних однорідних рівнянь.

Система лінійних однорідних рівнянь може мати рішення відмінне від нульового, якщо визначник системи Δ рівний нулю.

Для системи чотирьох лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= b_3, \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= b_4 \end{aligned} \qquad (5.6)$$

якщо визначник системи Δ не дорівнює нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \neq 0, \qquad (5.7)$$

то система визначена і по Крамеру її невідомі виражаються формулами

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \qquad (5.8)$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \qquad (5.9)$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \qquad (5.10)$$

$$x_4 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}}{\Delta}, \qquad (5.11)$$

Як бачимо, що

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \qquad (5.12)$$

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \qquad (5.13)$$

$$\Delta x_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}, \qquad (5.14)$$

$$\Delta x_4 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}, \qquad (5.15)$$

Приведемо формулу знаходження визначника четвертого порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = (a_{32}a_{43} - a_{33}a_{42})(a_{11}a_{24} - a_{14}a_{21}) + (a_{32}a_{44} - a_3a_{42})(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}) +$$
$$+ (a_{31}a_{43} - a_{33}a_{41})(a_{14}a_{22} - a_{12}a_{24}) + (a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41})(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}) +$$
$$+ (a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43})(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) + (a_{31}a_{44} - a_{34}a_{41})(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}) \qquad (5.16)$$

І в нашому випадку

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4976{,}593 \cdot 1648{,}760 \cdot 557{,}1384 \cdot 192{,}932 \\ 1648{,}760 \cdot 557{,}1384 \cdot 192{,}932 \cdot 68{,}90 \\ 577{,}1384 \cdot 192{,}932 \cdot 68{,}90 \cdot 25{,}6 \\ 192{,}932 \cdot 68{,}90 \cdot 25{,}6 \cdot 10 \end{vmatrix} = 17{,}2294368$$

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} 1493{,}227 \cdot 1648{,}760 \cdot 557{,}1384 \cdot 192{,}932 \\ 577{,}903 \cdot 557{,}1384 \cdot 192{,}932 \cdot 68{,}90 \\ 234{,}6 \cdot 192{,}932 \cdot 68{,}90 \cdot 25{,}6 \\ 101 \cdot 68{,}90 \cdot 25{,}6 \cdot 10 \end{vmatrix} = -27{,}762741$$

тоді невідомий коефіцієнт a при x^3 буде

$$a = x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = -1{,}611355\,;$$

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} 4976{,}5937 \cdot 1493{,}227 \cdot 557{,}1384 \cdot 192{,}932 \\ 11648{,}760 \cdot 577{,}90 \cdot 192{,}932 \cdot 68{,}90 \\ 557{,}1384 \cdot 234{,}6 \cdot 68{,}90 \cdot 25{,}6 \\ 192{,}932 \cdot 101 \cdot 25{,}6 \cdot 10 \end{vmatrix} = 191{,}1827938$$

Невідомий коефіцієнт b при x^2буде

$$b = x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = 11{,}096288\,;$$

$$\Delta x_3 = \begin{vmatrix} 4976{,}5937 \cdot 1648{,}760 \cdot 1493{,}227 \cdot 192{,}932 \\ 1648{,}760 \cdot 557{,}1384 \cdot 577{,}90 \cdot 68{,}90 \\ 577{,}1384 \cdot 192{,}932 \cdot 234{,}6 \cdot 25{,}6 \\ 192{,}932 \cdot 68{,}90 \cdot 101 \cdot 10 \end{vmatrix} = -538{,}828757$$

і невідомий коефіцієнт c при x буде:

$$c = x_3 = -31{,}27373;$$

$$\Delta x_4 = \begin{vmatrix} 4976{,}5937 \cdot 1648{,}760 \cdot 557{,}1384 \cdot 1493{,}227 \\ 1648{,}7608 \cdot 557{,}1384 \cdot 192{,}9320 \cdot 577{,}90 \\ 557{,}1384 \cdot 192{,}932 \cdot 68{,}90 \cdot 234{,}6 \\ 192{,}932 \cdot 68{,}90 \cdot 25{,}6 \cdot 101 \end{vmatrix} = 771{,}6649589$$

Коефіцієнт d буде

$$d = \Delta x_4/\Delta = 44.78759.$$

Таким чином, на основі проведених досліджень, математична модель впливу ситуативної тривожності x_i на характеристики пам'яті y_i виражається формулою

$$Y=-1.611355X^3+11.096288X^2-31.27373X+44.78759\,. \qquad (5.17)$$

6. Контроль зрівноваження

Підставляючи отриманні значення коефіцієнтів a,b,c,d у формули (4.3), отримаємо слідуючі результати.

$x^3]$	$x^2]$	$x]$	$x^0]$	y	Контроль
4976,593788	1648,76086	557,138494	192,932022	1493,227	1493,2275
1648,760866	557,138494	192,932022	68,90697	577,90	577,903
557,1384947	192,932022	68,90697	25,6	234,66	234,665
192,9320226	68,90697	25,6	10	101	100,998
a-1.611355	B11.096288	c-31.27373	d44.78759		

7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середні квадратичні похибки визначаємих невідомих x_1, x_2, x_3, x_4, розраховуються за формулами

$$m_{x1} = m\sqrt{\frac{A_{11}}{\Delta}}, \qquad (7.1.)$$

$$m_{x2} = m\sqrt{\frac{A_{22}}{\Delta}}, \qquad (7.2)$$

$$m_{x3} = m\sqrt{\frac{A_{33}}{\Delta}}, \qquad (7.3)$$

$$m_{x4} = m\sqrt{\frac{A_{44}}{\Delta}}, \qquad (7.4)$$

де m_{x1}, m_{x2}, m_{x3}, m_{x4} –середні квадратичні похибки невідомих, що визначаємо x_1, x_2, x_3, x_4, m – середня квадратична похибка одиниці ваги, яка розраховується за формулою

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{n-k}}, \qquad (7.5)$$

У формулі (7.5) n – число значень факторних і результуючих ознак (x і y), κ – степінь поліному. В нашому випадку n=10; κ=3. V- різниця між вихідним значенням y_i і вирахуваним значенням y' за отриманою нами формулою (5.17);

$$v_i = y_i - y_i', \qquad (7.6)$$

A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44} – алгебраїчні доповнення першого, другого, третього і четвертого діагональних елементів

$$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \qquad (7.7)$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \qquad (7.8)$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix}, \qquad (7.9)$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \qquad (7.10)$$

де

$$\Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14} \qquad (7.11)$$

Приведемо формулу розкриття визначника третього порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$$

. (7.12)

І в нашому випадку отримаємо

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 577{,}1384 \cdot 192{,}932 \cdot 68{,}90 \\ 192{,}932 \cdot 68{,}90 \cdot 25{,}6 \\ 68{,}90 \cdot 25{,}6 \cdot 10 \end{vmatrix} = 42{,}56285$$

Величина оберненої ваги

$$\frac{1}{Px_1} = \frac{A_{11}}{\Delta} = 2{,}4703565; \qquad (1/Px_{11})^{0.5} = 1.571.$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 4976{,}593 \cdot 557{,}1384 \cdot 192{,}932 \\ 557{,}1384 \cdot 68{,}90 \cdot 25{,}6 \\ 192{,}932 \cdot 25{,}6 \cdot 10 \end{vmatrix} = 229{,}146;$$

$$\frac{1}{Px_2} = \frac{A_{22}}{\Delta} = 133{,}4429, \qquad (1/Px_{22})^{0.2} = 11.552.$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 4978{,}293 \cdot 1649{,}133 \cdot 192{,}944 \\ 1649{,}133 \cdot 557{,}212 \cdot 68{,}90 \\ 192{,}932 \cdot 68{,}90 \cdot 10 \end{vmatrix} = 12917{,}542;$$

$$\frac{1}{Px_3} = \frac{A_{33}}{\Delta} = 749{,}73678;; \qquad (1/Px_{33})^{0.5} = 27.381,$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} 4978{,}293 \cdot 11649{,}133 \cdot 557{,}212 \\ 11649{,}133 \cdot 557{,}212 \cdot 192{,}944 \\ 557{,}212 \cdot 192{,}944 \cdot 68{,}90 \end{vmatrix} = 7431{,}3910;$$

$$\frac{1}{Px_4} = \frac{A_{44}}{\Delta} = 431{,}31945;; \qquad (1/Px_{44})^{0.5} = 20.768.$$

Підставляючи у виведену нами формулу (5.17) значення *Х* спотвореної моделі, отримаємо розрахункові значення *у´*, які будуть дещо відрізнятись від вихідних значень *У*.

Таблиця 6. Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження.

№ п/п	$X_{вихідне}$	$У_{вихідне}$	$У'_{зрівноваж.}$	$V=У_i - У_i'$	V^2
1	1,441	18,021	17,941	+0,080	0,0064
2	1,955	13,864	14,018	-0,154	0,023716
3	2,044	13,167	13,463	-0,296	0,087616
4	2,465	11,986	10,987	+0,999	0,998001
5	2,498	10,898	10,790	+0,108	0,011664
6	2,674	8,949	9,694	-0,745	0,555025
7	2,893	8,101	8,167	-0,066	0,004356
8	3,073	7,108	6,709	+0,399	0,159201
9	3,114	5,939	6,345	-0,406	0,164836
10	3,443	2,965	2,884	+0,081	0,006561
n=10	25,6	101	Σ 100,98	Σ 0	Σ 2,017376

Тоді, середня квадратична похибка одиниці ваги буде

$$m = \sqrt{\frac{[VV]}{n-k}} = \sqrt{\frac{2{,}017}{7}} = 0{,}537;$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта *a*

$$m_a = m\sqrt{\frac{1}{Pa}} = 0{,}537 \cdot 1{,}5717367 = 0{,}8440226;$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта *b*

$$m_b = m\sqrt{\frac{1}{Pb}} = 0{,}537 \cdot 11{,}551748 = 6{,}2032886;$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта *c*

$$m_c = m\sqrt{\frac{1}{Pc}} = 0{,}537 \cdot 27{,}38 = 14{,}703769;$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта *d*

$$m_d = m\sqrt{\frac{1}{Pd}} = 0{,}537 \cdot 20{,}76 = 11{,}15254;$$

Висновки.

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.

2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті.

3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів кубічним поліномом.

4. Отримана формула

$$y = -1{,}611355x^3 + 11{,}096288x^2 - 31{,}27373 + 44{,}78759;$$

залежності характеристик пам'яті *У* від ситуативної тривожності *X*.

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає 0,537 балів по шкалі Спірбергера:

- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта *a* при x^3 m_a=0,84;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта *b* при x^2 m_b=6,20;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта *c* при *x* m_c=14,70;
- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта *d* m_d=11,15;

6. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.

7. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробовувань Монте Карло.

8. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.

9. Робота виконується вперше. Нам невідомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в царині психології.

Література.

1. Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник –К.: МАУП, 2004, - 128 с.
2. Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті. Навчальний посібник для студентів Педагогічного факультету. Частина 2. МЕГУ, Рівне, 2006,-270.
3. Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту логарифмічною функцією. Частина 3. МЕГУ, Рівне, 2006 –19с.
4. Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006 –17с.
5. Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степенною функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
6. Літнарович Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло.Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.

Зміст

Додаток 1

Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

0,18	0,474	-0,294	0,086436	-0,1588	0,02521176
0,39	0,474	-0,084	0,007056	-0,045	0,00205810
0,37	0,474	-0,104	0,010816	-0,0562	0,00315482
0,78	0,474	0,306	0,093636	0,165	0,02731187
0,47	0,474	-0,004	1,6E-05	-0,0022	0,00000467
0,24	0,474	-0,234	0,054756	-0,126	0,01597130
0,46	0,474	-0,014	0,000196	-0,0076	0,00005717
0,61	0,474	0,136	0,018496	0,073	0,00539494
0,5	0,474	0,026	0,000676	0,01404	0,00019718
0,74	0,474	0,266	0,070756	0,14366	0,02063820
4,74	Суми	0	0,34284	0,0E+00	0,10000000
A	B	C	D	E	F

Додаток 2.Побудова спотвореної моделі

1,441	1,6	18,021	-0,1588	1,441
1,955	2	13,864	-0,045	1,955
2,044	2,1	13,167	-0,0562	2,044
2,465	2,3	11,986	0,165	2,465
2,498	2,5	10,898	-0,0022	2,498
2,674	2,8	8,949	-0,126	2,674
2,892	2,9	8,101	-0,0076	2,892
3,073	3	7,108	0,073	3,073
3,114	3,1	5,939	0,01404	3,114
3,444	3,3	2,965	0,14366	3,444
25,600	25,6	100,998	0,0E+00	25,600
I	G	H	E	I
Хспотв.	Хіст.	Уіст.	Істинні похиб.	Хспотв.

Додаток 3.Розрахункова таблиця

1	2,077	2,994	4,314	6,218	8,961	25,97219	37,43158
1	3,821	7,468	14,597	28,532	55,769	27,09904	52,9687
1	4,177	8,538	17,449	35,664	72,891	26,91114	55,00185
1	6,078	14,983	36,936	91,058	224,481	29,54864	72,84518
1	6,239	15,585	38,928	97,235	242,878	27,22146	67,99484
1	7,148	19,112	51,098	136,616	365,259	23,92625	63,96975
1	8,366	24,199	69,993	202,452	585,579	23,43165	67,77461
1	9,446	29,032	89,229	274,240	842,863	21,84608	67,14285
1	9,697	30,198	94,037	292,835	911,899	18,4943	57,59201
1	11,859	40,838	140,631	484,285	1667,714	10,21045	35,16133
10	68,908	192,944	557,212	1649,133	4978,293	234,661	577,883
J	**K**	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**Q**
X0	**X^2**	**X^3**	**X^4**	**X^5**	**X^6**	**YX**	**YX^2**

Продовження розрахункової таблиці

53,94706	17,941	0,07964	0,00634	324,7564
103,5344	14,019	-0,1552	0,0241	192,2105
112,4146	13,463	-0,2961	0,08769	173,3699
179,5825	10,983	1,00291	1,00583	143,6642
169,8402	10,789	0,10941	0,01197	118,7664
171,031	9,6951	-0,7461	0,55664	80,0846
196,0339	8,1708	-0,0698	0,00488	65,6262
206,3602	6,7063	0,40169	0,16136	50,52366
179,3439	6,3462	-0,4072	0,16582	35,27172
121,0836	2,8842	0,08084	0,00654	8,791225
1493,171	101,00	0,000	2,031	1193,065
R	**S**	**T**	**U**	**V**
YX^3	**Yзрівн.**	**V=Yi-Yз**	**VV**	**YY**

Додаток 5. Розрахунок визначників

$$\begin{vmatrix} 4978,293 & 1649,133 & 557,212 & 192,944 \\ 1649,133 & 557,212 & 192,944 & 68,908 \\ 557,212 & 192,944 & 68,908 & 25,6 \\ 192,944 & 68,908 & 25,6 & 10 \end{vmatrix}$$

D= 17,276529

$$\begin{vmatrix} 1493,171 & 1649,133 & 557,212 & 192,944 \\ 577,883 & 557,212 & 192,944 & 68,908 \\ 234,661 & 192,944 & 68,908 & 25,600 \\ 100,998 & 68,908 & 25,600 & 10 \end{vmatrix}$$

D1= -27,77842

$$\begin{vmatrix} 4978,293 & 1493,171 & 557,212 & 192,944 \\ 1649,133 & 577,883 & 192,944 & 68,908 \\ 557,212 & 234,661 & 68,908 & 25,6 \\ 192,944 & 100,998 & 25,6 & 10 \end{vmatrix}$$

D2= 191,38147

$$\begin{vmatrix} 4978,293 & 1649,133 & 1493,171 & 192,944 \\ 1649,133 & 557,212 & 577,883 & 68,908 \\ 557,212 & 192,944 & 234,661 & 25,6 \\ 192,944 & 68,908 & 100,998 & 10 \end{vmatrix}$$

D3= -539,8011

$$\begin{vmatrix} 4978,293 & 1649,133 & 557,212 & 1493,171 \\ 1649,133 & 557,212 & 192,944 & 577,883 \\ 557,212 & 192,944 & 68,908 & 234,661 \\ 192,944 & 68,908 & 25,6 & 100,998 \end{vmatrix}$$

D4= 773,5718

Додаток 6.Вільні члени нормальних рівнянь

1493,171
577,883
234,661
100,998

Додаток 7.Розрахунок коефіцієнтів апроксимуючого поліному

a=D1/D=	-1,607870
b=D2/D=	11,077542
c=D3/D=	-31,24477
d=D4/D=	44,775883
Y=aX^3+bX^2+cX+d	

Нами виведена формула за результатами теоретичних досліджень

$У=-1,607870X^3+11,077542X^2-31,24477X+44,775883$

Додаток 8.Знаходження алгебраїчних доповнень

$$A44= \quad 7431,3910 \quad \begin{vmatrix} 4978,293 & 1649,133 & 557,212 \\ 1649,133 & 557,212 & 192,944 \\ 557,212 & 192,944 & 68,908 \end{vmatrix}$$

$$A22= \quad 2303,276 \quad \begin{vmatrix} 4978,293 & 557,212 & 192,944 \\ 557,212 & 68,908 & 25,6 \\ 192,944 & 25,600 & 10 \end{vmatrix}$$

$$A33= \quad 12917,542 \quad \begin{vmatrix} 4978,293 & 1649,133 & 192,944 \\ 1649,133 & 557,212 & 68,908 \\ 192,944 & 68,908 & 10 \end{vmatrix}$$

$$A11= \quad 42,62165 \quad \begin{vmatrix} 557,212 & 192,944 & 68,908 \\ 192,944 & 68,908 & 25,6 \\ 68,908 & 25,6 & 10 \end{vmatrix}$$

Додаток 9.

КОНТРОЛЬ ЗРІВНОВАЖЕННЯ:

$$[YY]-a[YX3]-b[YX2]-c[YX]-d[Y]+$$

2,031161
2,031161
0,000000

Додаток 10.Оцінка точності зрівноважених елементів

Середня квадратична похибка одиниці ваги

m= 0,538671

Середня квадратична похибка коефіцієнта а

ma= 0,846077

Се редня квадратична похибка коефіцієнта в

mb= 6,219678

Середня квадратична похибка коефіцієнта с

mc= 14,72939

Середня квадратична похибка коефіцієнта d

md= 11,17198

Андрощук Людмила Миколаївна

Дослідження точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних випробувань Монте Карло.Апроксимація поліномом третього степеня

Модель ППС 051- 1

Науковий керівник- Р.М.Літнарович

Комп'ютерний набір, Верстка і макетування та дизайн в редакторі Microsoft® Office® Word 2003 Людмила Андрощук

Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет ім.акад. С.Дем'янчука

Наукове видання

Кафедра математичного моделювання

33027,м.Рівне,вул..акад. С.Дем'янчука,4.